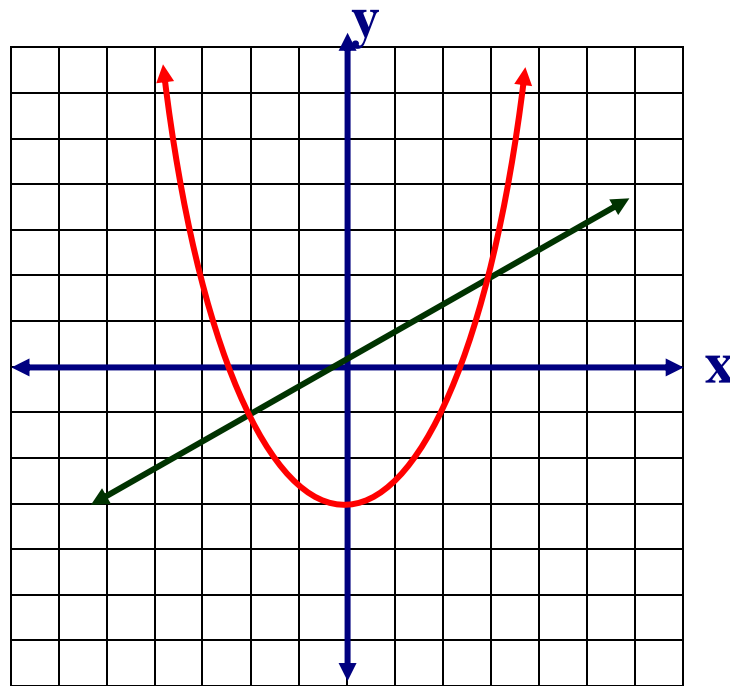


แบบฝึกทักษะ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พาราโบลา

เล่มที่ 7

จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง

$$y = ax + b$$



วันชัย เรืองทอง

โรงเรียนองค์การบริหารส่วนจังหวัดสุราษฎร์ธานี ๑ (ดอนสักผดุงวิทย์)

สังกัดองค์การบริหารส่วนจังหวัดสุราษฎร์ธานี

กรมส่งเสริมการปกครองท้องถิ่น กระทรวงมหาดไทย

คำนำ



แบบฝึกทักษะ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
เรื่อง พาราโบลา เล่มที่ 7 จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ ที่กำลังศึกษาอยู่นี้มี
จุดประสงค์ เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น ฝึกทักษะกระบวนการคิด ปฏิบัติ สามารถศึกษาและปฏิบัติได้ด้วย
ตนเอง

แบบฝึกทักษะเล่มนี้ประกอบด้วย

1. แบบทดสอบก่อน – หลังเรียน
2. ใบความรู้
3. แบบฝึกทักษะ
4. เฉลยแบบฝึกทักษะ
5. เฉลยแบบทดสอบก่อน – หลังเรียน

ผู้ศึกษาหวังเป็นอย่างยิ่งว่า แบบฝึกทักษะเล่มนี้จะเป็นแนวทางในการพัฒนา
ผู้เรียนให้เกิดความรู้ ทักษะและเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี

วันชัย เรืองทอง

2555



สารบัญ



	หน้า
คำนำ	ก
สารบัญ	ข
คู่มือการใช้แบบฝึกทักษะ	ค
มาตรฐาน/จุดประสงค์การเรียนรู้	ง
เรื่อง...จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$	
▶ ใบความรู้ที่ 1	1
▶ แบบฝึกทักษะชุดที่ 1	4
▶ แบบฝึกทักษะชุดที่ 2	6
▶ ใบความรู้ที่ 2	9
▶ แบบฝึกทักษะชุดที่ 3	11
▶ แบบฝึกทักษะชุดที่ 4	13
แบบทดสอบก่อน – หลังเรียน	16
เฉลยแบบฝึกทักษะชุดที่ 1	18
เฉลยแบบฝึกทักษะชุดที่ 2	21
เฉลยแบบฝึกทักษะชุดที่ 3	26
เฉลยแบบฝึกทักษะชุดที่ 4	28
เฉลยแบบทดสอบก่อน - หลังเรียน	31
บรรณานุกรม	32
ประวัติผู้ศึกษา	33



คู่มือการใช้แบบฝึกทักษะ



การใช้แบบฝึกทักษะกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา

ผู้เรียนปฏิบัติตามกิจกรรมตามลำดับ ในแบบฝึกทักษะ ดังนี้

1. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน
2. ศึกษาใบความรู้
3. ทำแบบฝึกทักษะ
4. ทำแบบทดสอบหลังเรียน
5. ตรวจสอบผลการทำแบบฝึกทักษะและแบบทดสอบจากเฉลย
6. เกณฑ์การผ่านกิจกรรมในแต่ละเรื่อง ผู้เรียนต้องทำแบบทดสอบได้ร้อยละ 80 ขึ้นไป



มาตรฐานการเรียนรู้ / จุดประสงค์การเรียนรู้

มาตรฐานการเรียนรู้

- ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์และฟังก์ชันต่าง ๆ ได้
- ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหาได้

ผลการเรียนรู้

1. เขียนกราฟพาราโบลาจากสมการที่กำหนดให้ได้
2. บอกลักษณะและส่วนประกอบของกราฟพาราโบลาได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เขียนกราฟ และหาจุดตัดกราฟพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$
2. มีความมุ่งมั่น ตั้งใจเรียน และทำงานกลุ่มร่วมกับผู้อื่นได้



ใบความรู้ที่ 1

เรื่อง... จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a = 0$

จุดประสงค์การเรียนรู้: เขียนกราฟ และหาจุดตัดกราฟพาราโบลา

ด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a = 0$

คำชี้แจง: ศึกษาใบความรู้แล้วทำแบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1 - 2

สมการกราฟเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a = 0$ จะได้ $y = b$

ถ้า $b = 0$ เส้นกราฟจะอยู่บนแกน x หรือเส้นแกน x

ถ้า $b \neq 0$ เส้นกราฟจะขนานกับแกน x

สมการพาราโบลา $y = ax^2$ กราฟจะสัมผัสแกน x ที่จุด $(0, 0)$

สมการพาราโบลา $y = a(x - h)^2$ กราฟจะตัดแกน x ที่จุด $(h, 0)$

สมการพาราโบลา $y = ax^2 + k$ และ $y = a(x - h)^2 + k$ กราฟจะตัดแกน x เมื่อ a และ k มีเครื่องหมายต่างกัน

จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a = 0$

ให้นักเรียนพิจารณาสมการจากตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจุดตัดของกราฟบนแกน x จากสมการต่อไปนี้

$$1) y = 3(x - 1)^2 - 3 \quad 2) y = 4 + 2x - 2x^2 \quad 3) y = -2(x + 3)^2 - 5$$

วิธีทำ แนวคิด จุดที่กราฟตัดแกน x คือ จุดที่ค่าของ $y = 0$

$$1) \quad y = 3(x - 1)^2 - 3$$

$$0 = 3(x - 1)^2 - 3$$

$$3(x - 1)^2 - 3 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 1$$

$$(x - 1) = \pm 1$$

$$\begin{array}{l|l} x-1 = 1 & \text{และ } x-1 = -1 \\ x = 2 & x = 0 \end{array}$$

∴ จุดที่กราฟตัดแกน x คือ จุด (2, 0) และ (0, 0)

$$\begin{aligned} 2) \quad y &= 4 + 2x - 2x^2 \\ 0 &= 4 + 2x - 2x^2 \\ -2x^2 + 2x + 4 &= 0 \\ x^2 - x - 2 &= 0 \\ (x-2)(x+1) &= 0 \\ \text{จะได้ } x &= 2 \text{ และ } -1 \end{aligned}$$

∴ จุดที่กราฟตัดแกน x คือ จุด (2, 0) และ (-1, 0)

$$\begin{aligned} 3) \quad y &= -2(x+3)^2 - 5 \\ 0 &= -2(x+3)^2 - 5 \\ (x+3)^2 &= -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

จะเห็นว่าสมการนี้ไม่เป็นจริง แสดงว่า กราฟไม่ตัดแกน x

ตัวอย่างที่ 2 จงหาจุดตัดของพาราโบลา $y = 3x^2 - 6x + 1$ กับเส้นตรง $y = 1$

วิธีทำ แนวคิด จุดที่กราฟตัดกับเส้นตรง $y = 1$ คือ จุดที่ค่าของ $y = 1$

$$y = 3x^2 - 6x + 1$$

$$1 = 3x^2 - 6x + 1$$

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x-2) = 0$$

$$\text{จะได้ } x = 0 \text{ และ } x = 2$$

∴ จุดที่กราฟตัดกับเส้นตรง $y = 1$ คือ จุด (0, 1) และ (2, 1)



ตัวอย่างที่ 3 จงหาจุดตัดของพาราโบลา $y = -2(x+3)^2+1$ กับเส้นตรง $y = -7$

วิธีทำ แนวคิด จุดที่กราฟตัดกับเส้นตรง $y = -7$ คือ จุดที่ค่าของ $y = -7$

$$y = -2(x+3)^2+1$$

$$-7 = -2(x+3)^2+1$$

$$2(x^2+6x+9) - 1 = 7$$

$$x^2+6x+9 = 4$$

$$x^2+6x+5 = 0$$

$$(x+5)(x+1) = 0$$

จะได้ $x = -5$ และ $x = -1$

∴ จุดที่กราฟตัดกับเส้นตรง $y = -7$ คือ จุด $(-5, -7)$ และ $(-1, -7)$

สรุป จุดตัดพาราโบลาคู่ด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a = 0$ จะได้ $y = b$

ถ้า $b = 0$ จุดตัดคือ $(x_1, 0)$ และ $(x_2, 0)$

ถ้า $b \neq 0$ จุดตัดคือ (x_1, b) และ (x_2, b)





แบบฝึกทักษะชุดที่ 1

เรื่อง... จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a = 0$

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีการหาจุดตัด

จงหาจุดตัด

1. กราฟของสมการ $y = x^2$ จะตัดแกน x ที่จุดใด

.....

2. กราฟของสมการ $y = 2x^2 + 1$ จะตัดแกน x ที่จุดใด

.....

3. กราฟของสมการ $y = 3 - \frac{1}{3}x^2$ จะตัดแกน x ที่จุดใด

.....

4. กราฟของสมการ $y = 8 - 2x - x^2$ จะตัดแกน x ที่จุดใด

.....



5. กราฟของสมการ $y = x^2 + 5x + 4$ จะตัดแกน x ที่จุดใด

.....
.....
.....
.....
.....

6. กราฟของสมการ $y = (x - 2)^2 + 3$ จะตัดกับเส้นตรง $y = 4$ ที่จุดใด

.....
.....
.....
.....
.....
.....

7. กราฟของสมการ $y = -2x^2 - 4x - 5$ จะตัดกับเส้นตรง $y = -11$ ที่จุดใด

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

สรุป
คะแนนที่ได้.....
ผู้ประเมิน.....
...../...../.....





แบบฝึกทักษะชุดที่ 2

เรื่อง... จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a = 0$

คำชี้แจง : ให้แต่ละกลุ่ม ช่วยกันเขียนกราฟจากสมการต่างๆ แล้ว

หาจุดตัดแกน x ($y = 0$) หรือเส้นตรง $y = b$

1) $y = x^2 + 4x - 5$ จงหาจุดตัดแกน x

หาแกนสมมาตร $x = -\frac{b}{2a}$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

แทนค่า $x = -2$ ในสมการ $y = x^2 + 4x - 5$
 จะได้ $y = \dots\dots\dots$
 $= -9$

∴ จุดต่ำสุดของกราฟคือ ($\dots\dots, \dots\dots$)

หาจุดต่างๆบนกราฟ

หาจุดตัดแกน x ($y = 0$)

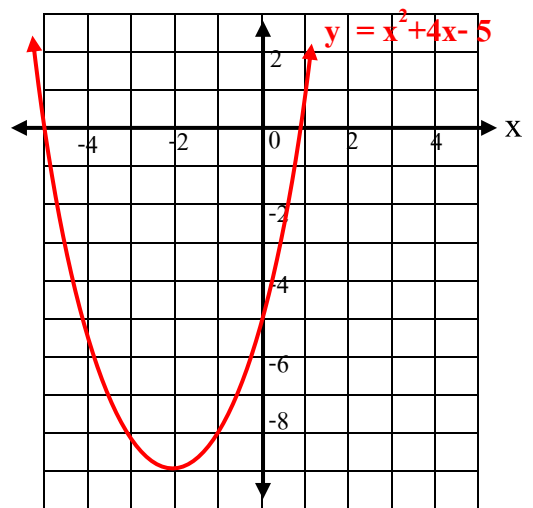
จากสมการ $y = x^2 + 4x - 5$

$0 = x^2 + 4x - 5$

$(x + 5)(x - 1) = 0$

จะได้ $x = \dots\dots\dots$ และ $x = \dots\dots\dots$

∴ จุดตัดแกน x คือ ($\dots\dots, 0$) และ ($\dots\dots, 0$)



↓

x	-4	-3	-2	-1	0
$y = x^2 + 4x - 5$					



2) $y = -35 + 12x - x^2$ จงหาจุดตัดแกน x

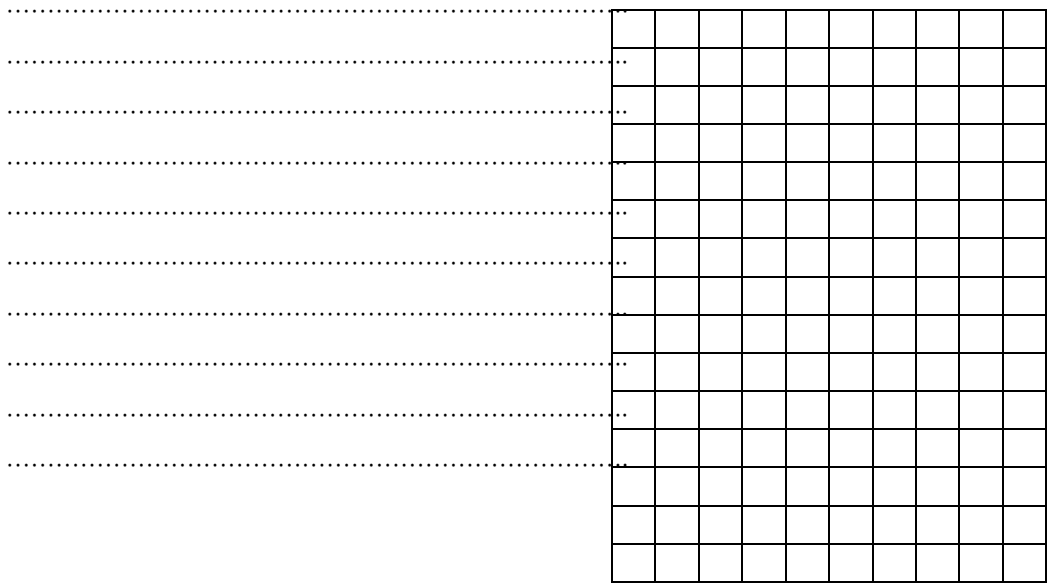
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										

3) $y = -2x^2 - 4x - 5$ จงหาจุดตัดเส้นตรง $y = -5$

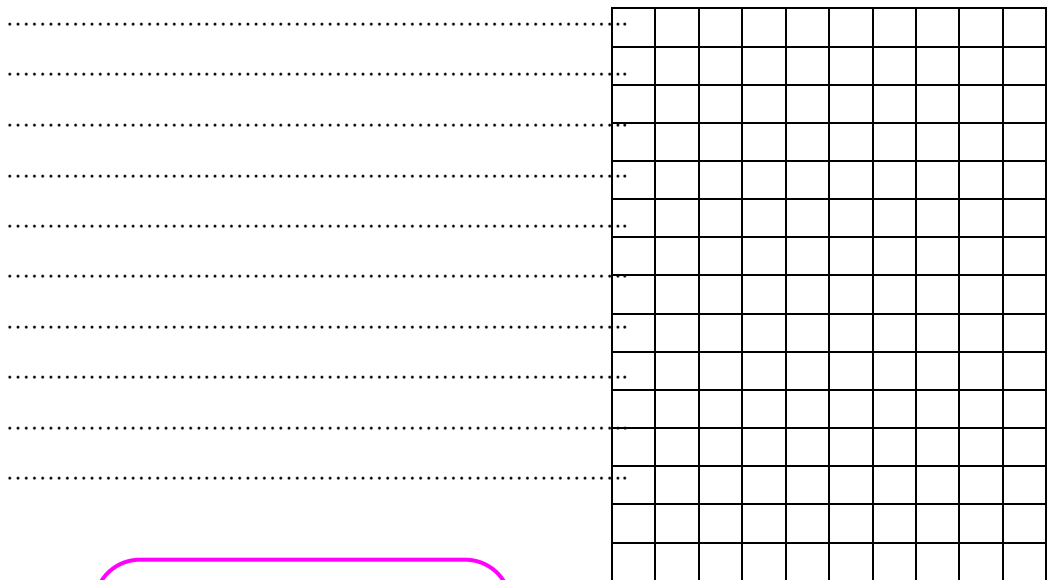
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										
.....										



4) $y = x^2 - 4x + 7$ จงหาจุดตัดเส้นตรง $y = 3$



5) $y = -x^2 - 6x - 8$ จงหาจุดตัดแกน x



สรุป
 คะแนนที่ได้.....
 ผู้ประเมิน.....
/...../.....



ใบความรู้ที่ 2

เรื่อง... จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a \neq 0$

จุดประสงค์การเรียนรู้: เขียนกราฟ และหาจุดตัดกราฟพาราโบลา

ด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a \neq 0$

คำชี้แจง: ศึกษาใบความรู้แล้วทำแบบฝึกทักษะชุดที่ 3 - 4

กราฟพาราโบลา $y = ax^2 + bx + c$ และกราฟเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a \neq 0$ จะมีความสัมพันธ์กันเมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัวที่ไม่เท่ากับ 0 จุดตัดกันของพาราโบลาและเส้นตรงจะเป็นจุดที่ค่าของตัวแปร x, y ของพาราโบลาและเส้นตรงมีค่าตรงกัน

จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a \neq 0$

ให้นักเรียนพิจารณาสมการจากตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของพาราโบลา $y = x^2$ และกราฟของเส้นตรง

$y = x + 2$ ซึ่งกราฟทั้งสองจะตัดกันที่จุดใด

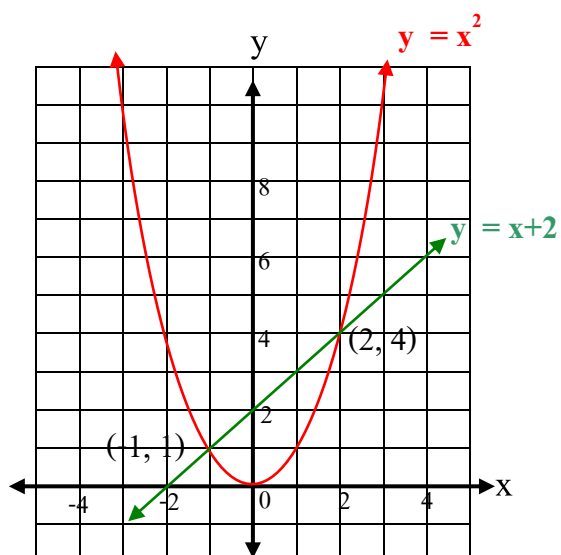
วิธีทำ แนวคิด จุดที่กราฟตัดกันคือจุดที่ค่าของตัวแปร x, y ของพาราโบลา และเส้นตรงมีค่าตรงกัน

x	-2	-1	0	1	2
$y = x + 2$	0	1	2	3	4
$y = x^2$	4	1	0	1	4

ค่าของ $x = -1$ ค่าของ $y = 1$ ตรงกัน และค่า $x = 2$ ค่าของ $y = 4$ ตรงกัน

พิจารณากราฟ





∴ จุดที่กราฟตัดกัน คือ จุด $(2, 4)$ และ $(-1, 1)$

สรุป จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a \neq 0$

จุดที่กราฟตัดกันคือจุดที่ค่าของตัวแปร x, y ของพาราโบลาและเส้นตรง
มีค่าตรงกัน



แบบฝึกทักษะชุดที่ 3

เรื่อง... จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a \neq 0$

คำชี้แจง : เติมตัวเลขในช่องว่างจากตารางแล้วหาจุดตัด

1. กราฟของสมการ $y = x^2 - 3$ และเส้นตรง $y = x + 3$ ตัดกันที่จุดใด

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2 - 3$							
$y = x + 3$							

กราฟจะตัดกันที่จุด.....

2. กราฟของสมการ $y = (x + 3)^2$ และเส้นตรง $y = x + 5$ ตัดกันที่จุดใด

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
$y = (x + 3)^2$							
$y = x + 5$							

กราฟจะตัดกันที่จุด.....

3. กราฟของสมการ $y = -(x - 3)^2 - 2$ และเส้นตรง $y = x - 4$ ตัดกันที่จุดใด

x	0	1	2	3	4	5	6
$y = -(x - 3)^2 - 2$							
$y = x - 4$							

กราฟจะตัดกันที่จุด.....

4. กราฟของสมการ $y = x^2 - 6x + 5$ และเส้นตรง $y = 2x - 10$ ตัดกันที่จุดใด

x	0	1	2	3	4	5	6
$y = x^2 - 6x + 5$							
$y = 2x - 10$							

กราฟจะตัดกันที่จุด.....

5. กราฟของสมการ $y = -2x^2 + 4x + 3$ และเส้นตรง $y = -2x + 3$ ตัดกันที่จุดใด

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = -2x^2 + 4x + 3$							
$y = -2x + 3$							

กราฟจะตัดกันที่จุด.....

สรุป

คะแนนที่ได้.....

ผู้ประเมิน.....

...../...../.....





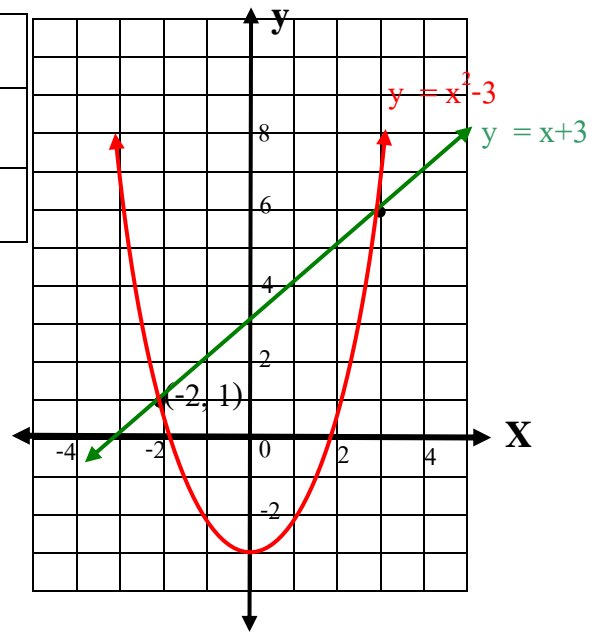
แบบฝึกทักษะชุดที่ 4

เรื่อง... จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a \neq 0$

- คำชี้แจง :**
1. ให้แต่ละกลุ่มช่วยกันเขียนกราฟจากสมการในแบบฝึกทักษะชุดที่ 3
 2. หาจุดตัดของกราฟพาราโบลา ด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a \neq 0$

1) กราฟของสมการ $y = x^2 - 3$ และเส้นตรง $y = x + 3$ ตัดกันที่จุดใด

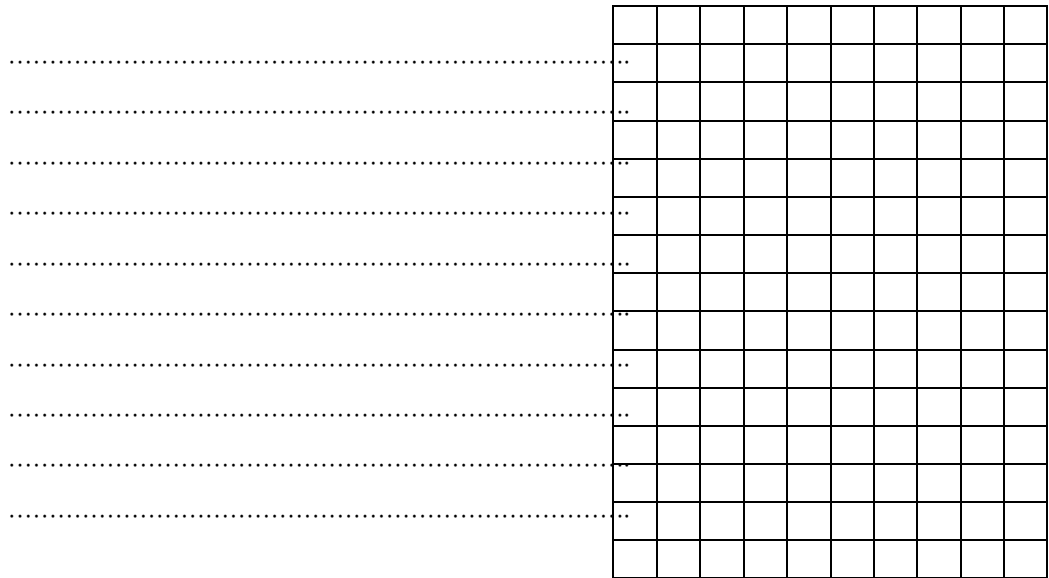
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2 - 3$							
$y = x + 3$							



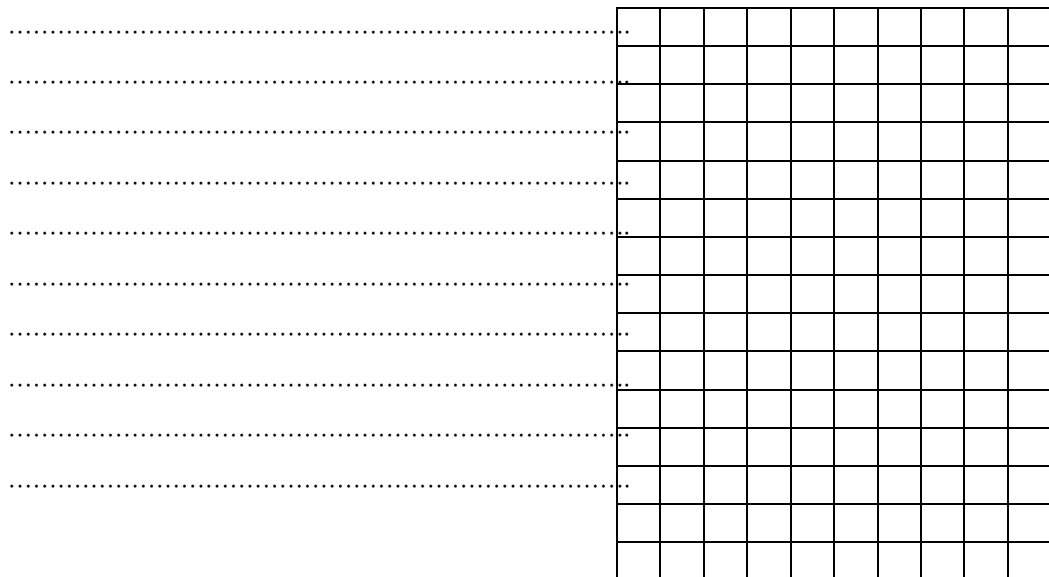
กราฟจะตัดกันที่จุด(.....,.....)และจุด (.....,.....)



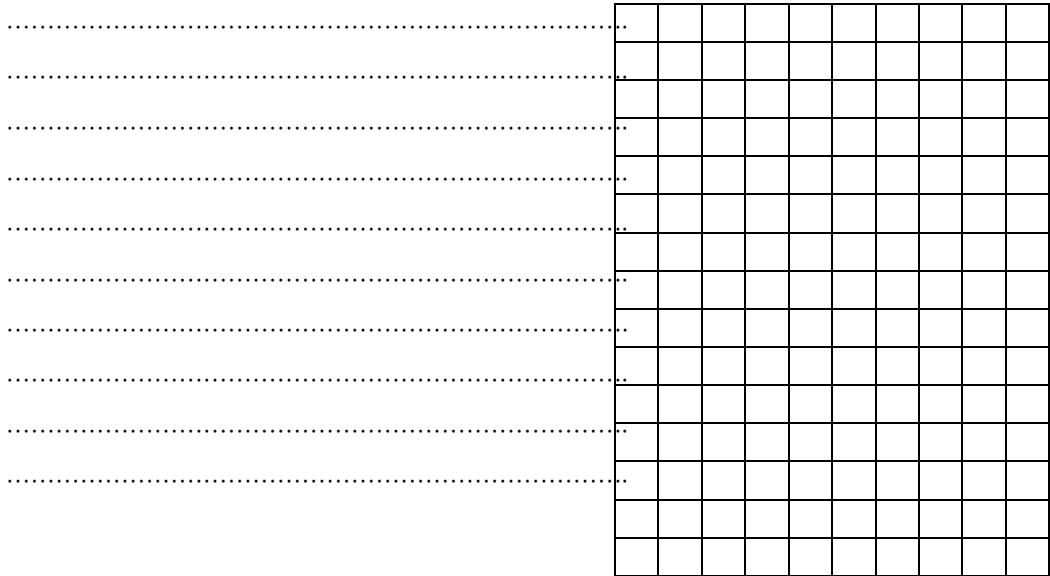
2. กราฟของสมการ $y = (x+3)^2$ และเส้นตรง $y = x+5$ ตัดกันที่จุดใด



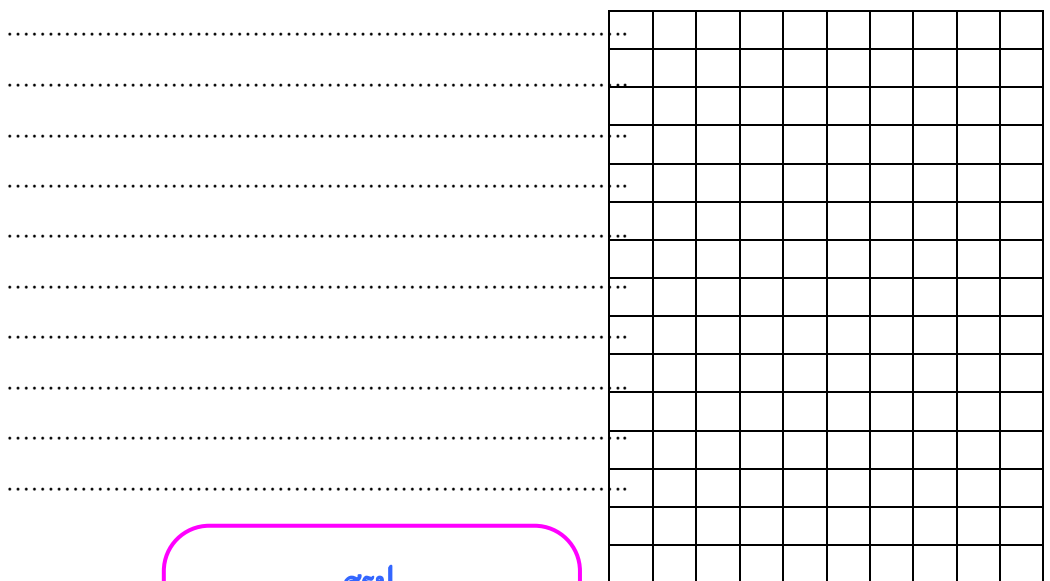
3. กราฟของสมการ $y = -(x-3)^2-2$ และเส้นตรง $y = x-4$ ตัดกันที่จุดใด



4. กราฟของสมการ $y = x^2 - 6x + 5$ และเส้นตรง $y = 2x - 10$ ตัดกันที่จุดใด



5. กราฟของสมการ $y = -2x^2 + 4x + 3$ และเส้นตรง $y = -2x + 3$ ตัดกันที่จุดใด



สรุป
 คะแนนที่ได้.....
 ผู้ประเมิน.....
/...../.....

แบบทดสอบก่อน - หลังเรียน

เรื่อง...จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$

คำชี้แจง วงกลมล้อมรอบตัวอักษร ก ข ค ง ที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว

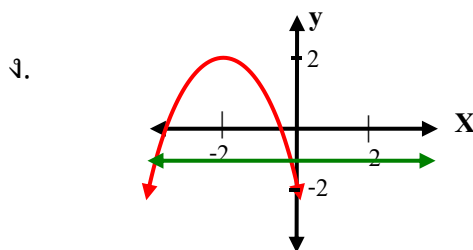
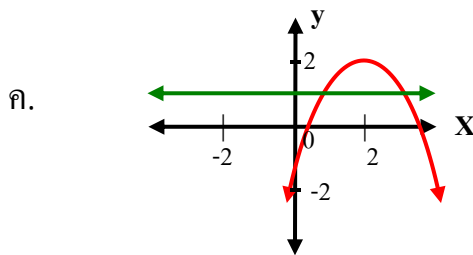
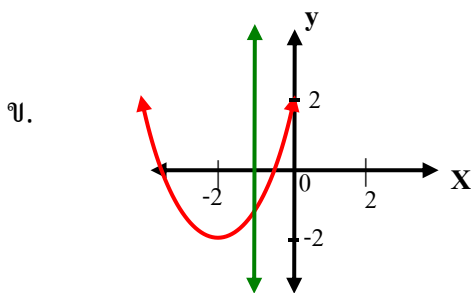
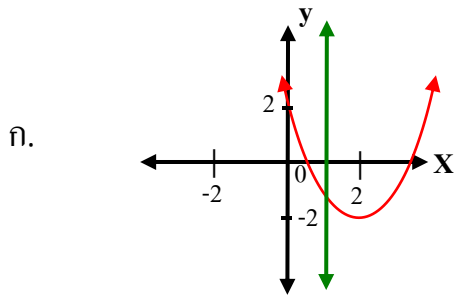
<p>1. จากสมการ $y = x^2 + x - 6$ ถ้า $y = 0$ แล้ว x มีค่าเท่าใด</p> <p>ก. 2 และ 3</p> <p>ข. 2 และ -3</p> <p>ค. -2 และ 3</p> <p>ง. -2 และ -3</p> <p>2. จากโจทย์ข้อ 1. กราฟจะตัดแกน x ที่จุดใด</p> <p>ก. (2, 0) และ (3, 0)</p> <p>ข. (-2, 0) และ (3, 0)</p> <p>ค. (2, 0) และ (-3, 0)</p> <p>ง. (-2, 0) และ (-3, 0)</p> <p>3. กราฟพาราโบลา $y = 2x^2 - 8x - 10$ จะตัดแกน x ที่จุดใด</p> <p>ก. (1, 0) และ (5, 0)</p> <p>ข. (1, 0) และ (-5, 0)</p> <p>ค. (-1, 0) และ (5, 0)</p> <p>ง. กราฟไม่ตัดแกน x</p>	<p>4. กราฟพาราโบลา $y = 2x^2 + 3$ จะตัดแกน x ที่จุดใด</p> <p>ก. (2, 0) และ (3, 0)</p> <p>ข. (-2, 0) และ (3, 0)</p> <p>ค. (2, 0) และ (-3, 0)</p> <p>ง. กราฟไม่ตัดแกน x</p> <p>5. กราฟ $y = -x^2 + 2x + 3$ จะตัดแกน x ที่จุดใด</p> <p>ก. (1, 0) และ (3, 0)</p> <p>ข. (1, 0) และ (-3, 0)</p> <p>ค. (-1, 0) และ (3, 0)</p> <p>ง. กราฟไม่ตัดแกน x</p> <p>6. กราฟ $y = -2x^2 - 4x - 5$ จะตัดกับเส้นตรง $y = -11$ ที่จุดใด</p> <p>ก. (1, -11) และ (-3, -11)</p> <p>ข. (-1, -11) และ (-3, -11)</p> <p>ค. (-1, -11) และ (3, -11)</p> <p>ง. (1, -11) และ (3, -11)</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

7. กราฟพาราโบลาจะตัดเส้นตรง $y = ax + b$

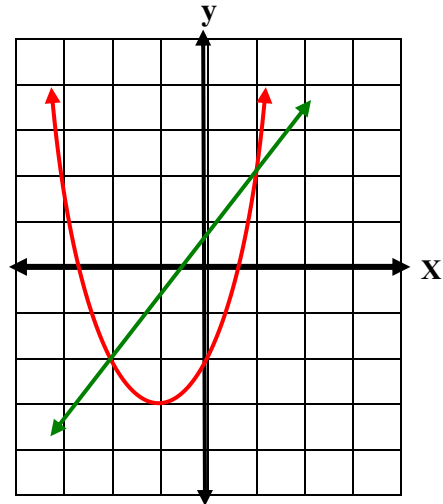
เมื่อ $a = 0$ และ $b \neq 0$ ที่จุดใด

- ก. $(x_1, 0)$ และ $(x_2, 0)$
- ข. (x_1, b) และ (x_2, b)
- ค. $(0, 0)$ และ $(k, 0)$
- ง. กราฟจะไม่ตัดกัน

8. กราฟข้อใดตัดกับเส้นตรง $y = -1$ ได้ถูกต้อง



คำชี้แจง ใช้ภาพข้างล่างนี้ตอบคำถามข้อ 9-10



9. กราฟตัดกันที่จุดใด

- ก. $(1, 2)$ และ $(2, 2)$
- ข. $(-1, 2)$ และ $(-2, -2)$
- ค. $(1, -2)$ และ $(2, -2)$
- ง. $(1, 2)$ และ $(-2, -2)$

10. กราฟพาราโบลาคือสมการใด

- ก. $y = x^2 + 2x + 2$
- ข. $y = x^2 + 2x - 2$
- ค. $y = x^2 - 2x + 2$
- ง. $y = x^2 - 2x - 2$

เฉลยแบบฝึกทักษะชุดที่ 1

เรื่อง... จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a = 0$

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีการหาจุดตัด

จงหาจุดตัด

1. กราฟของสมการ $y = x^2$ จะตัดแกน x ที่จุดใด

สมการ $y = x^2$ จะมีจุดต่ำสุดที่จุด $(0, 0)$

\therefore จะตัดแกน x ที่จุด $(0, 0)$

2. กราฟของสมการ $y = 2x^2 + 1$ จะตัดแกน x ที่จุดใด

สมการ $y = 2x^2 + 1$ เป็นพาราโบลาหงาย มีจุดต่ำสุดที่จุด $(0, 1)$

อยู่นเหนือ แกน x \therefore จะไม่ตัดแกน x

3. กราฟของสมการ $y = 3 - \frac{1}{3}x^2$ จะตัดแกน x ที่จุดใด

$$0 = 3 - \frac{1}{3}x^2 \quad (\text{จุดตัดแกน } x \text{ ค่าของ } y = 0)$$

$$\frac{1}{3}x^2 = 3$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 \text{ และ } -3$$

\therefore กราฟจะตัดแกน x ที่จุด $(3, 0)$ และ $(-3, 0)$



4. กราฟของสมการ $y = 8 - 2x - x^2$ จะตัดแกน x ที่จุดใด

$$0 = 8 - 2x - x^2 \text{ (จุดตัดแกน } x \text{ ค่าของ } y = 0)$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x + 4)(x - 2) = 0$$

$$x = -4 \text{ และ } 2$$

∴ กราฟจะตัดแกน x ที่จุด $(-4, 0)$ และ $(2, 0)$

5. กราฟของสมการ $y = x^2 + 5x + 4$ จะตัดแกน x ที่จุดใด

$$0 = x^2 + 5x + 4 \text{ (จุดตัดแกน } x \text{ ค่าของ } y = 0)$$

$$(x + 4)(x + 1) = 0$$

$$x = -4 \text{ และ } -1$$

∴ กราฟจะตัดแกน x ที่จุด $(-4, 0)$ และ $(-1, 0)$

6. กราฟของสมการ $y = (x - 2)^2 + 3$ จะตัดกับเส้นตรง $y = 4$ ที่จุดใด

$$4 = (x - 2)^2 + 3 \text{ (จุดตัดเส้นตรง } y = 4 \text{ ค่าของ } y = 4)$$

$$x^2 - 4x + 4 + 3 = 4$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 1)(x - 3) = 0$$

$$x = 1 \text{ และ } 3$$

∴ กราฟจะตัดเส้นตรง $y = 4$ ที่จุด $(1, 4)$ และ $(3, 4)$



7. กราฟของสมการ $y = -2x^2 - 4x - 5$ จะตัดกับเส้นตรง $y = -11$ ที่จุดใด

$$-11 = -2x^2 - 4x - 5 \text{ (จุดตัดเส้นตรง } y = -11 \text{ ค่าของ } y = -11)$$

$$2x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3 \text{ และ } 1$$

∴ กราฟจะตัดเส้นตรง $y = -11$ ที่จุด $(-3, -11)$ และ $(1, -11)$



เฉลยแบบฝึกทักษะชุดที่ 2

เรื่อง... จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a = 0$

- คำชี้แจง :** 1. ให้แต่ละกลุ่มช่วยกันเขียนกราฟจากสมการต่างๆ
2. หาจุดตัด แกน x ($y = 0$) หรือเส้นตรง $y = k$

1) $y = x^2 + 4x - 5$ จงหาจุดตัดแกน x

$$\begin{aligned} \text{หาแกนสมมาตร} \quad x &= -\frac{b}{2a} \\ &= -\frac{4}{2(1)} \\ &= -2 \end{aligned}$$

แทนค่า $x = -2$ ในสมการ $y = x^2 + 4x - 5$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad y &= (-2)^2 + 4(-2) - 5 \\ &= -9 \end{aligned}$$

∴ จุดต่ำสุดของกราฟคือ $(-2, -9)$

หาจุดต่างๆบนกราฟ

หาจุดตัดแกน x

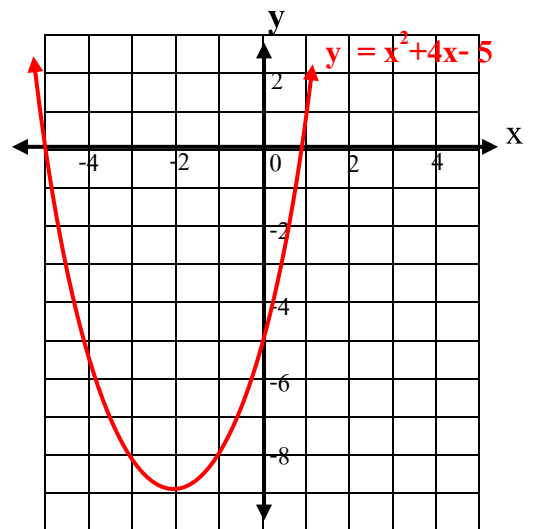
$$\text{จากสมการ} \quad y = x^2 + 4x - 5$$

$$0 = x^2 + 4x - 5$$

$$(x + 5)(x - 1) = 0$$

จะได้ $x = -5$ และ $x = 1$

∴ จุดตัดแกน x คือ $(-5, 0)$ และ $(1, 0)$



x	-4	-3	-2	-1	0
$y = x^2 + 4x - 5$	-5	-8	-9	-8	-5



2) $y = -35 + 12x - x^2$ จงหาจุดตัดแกน x

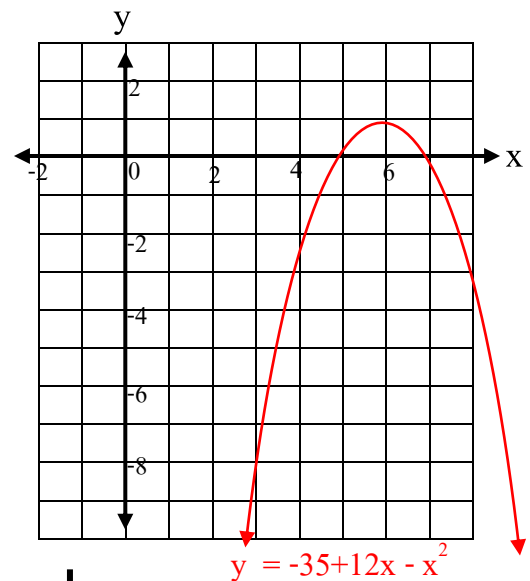
$$\begin{aligned} \text{หาแกนสมมาตร } x &= -\frac{b}{2a} \\ &= -\frac{12}{2(-1)} \\ &= 6 \end{aligned}$$

แทนค่า $x = 6$ ในสมการ $y = -35 + 12x - x^2$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } y &= -35 + 12(6) - (6)^2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

∴ จุดสูงสุดของกราฟคือ (6, 1)

หาจุดต่างๆบนกราฟ



x	3	4	5	6	7	8	9
$y = -35 + 12x - x^2$	-8	-3	0	1	0	-3	-8

หาจุดตัดแกน x

$$\text{จากสมการ } y = -35 + 12x - x^2$$

$$0 = -35 + 12x - x^2$$

$$x^2 - 12x + 35 = 0$$

$$(x - 5)(x - 7) = 0$$

$$\text{จะได้ } x = 5 \text{ และ } x = 7$$

∴ จุดตัดแกน x คือ (5, 0) และ (7, 0)



3) $y = -2x^2 - 4x - 5$ จงหาจุดตัดเส้นตรง $y = -5$

$$\begin{aligned} \text{หาแกนสมมาตร } x &= -\frac{b}{2a} \\ &= -\frac{-4}{2(-2)} \\ &= -1 \end{aligned}$$

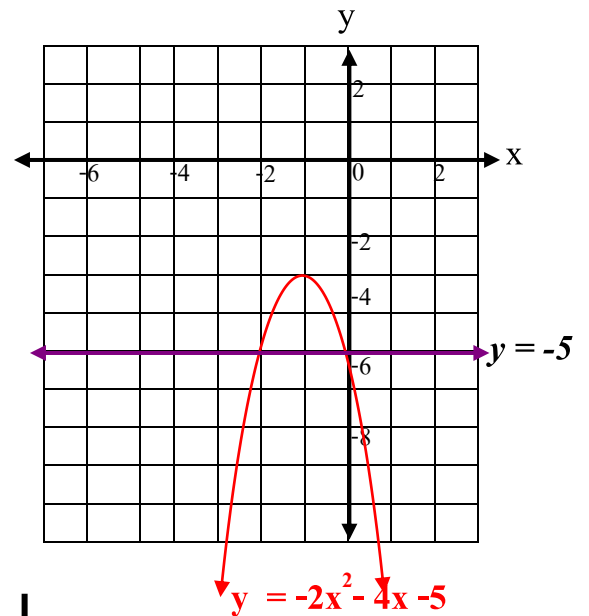
แทนค่า $x = -1$ ในสมการ $y = -2x^2 - 4x - 5$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } y &= -2(-1)^2 - 4(-1) - 5 \\ &= -3 \end{aligned}$$

∴ จุดสูงสุดของกราฟคือ $(-1, -3)$

หาจุดต่างๆบนกราฟ

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$y = -2x^2 - 4x - 5$	-21	-11	-5	-3	-5	-11	-21



หาจุดตัดเส้นตรง $y = -5$

$$\text{จากสมการ } y = -2x^2 - 4x - 5$$

$$-5 = -2x^2 - 4x - 5$$

$$2x^2 + 4x + 5 - 5 = 0$$

$$2x(x + 2) = 0$$

$$\text{จะได้ } x = 0 \text{ และ } x = -2$$

∴ จุดตัดเส้นตรง $y = -5$ คือ $(0, -5)$ และ $(-2, -5)$



4) $y = x^2 - 4x + 7$ จงหาจุดตัดเส้นตรง $y = 3$

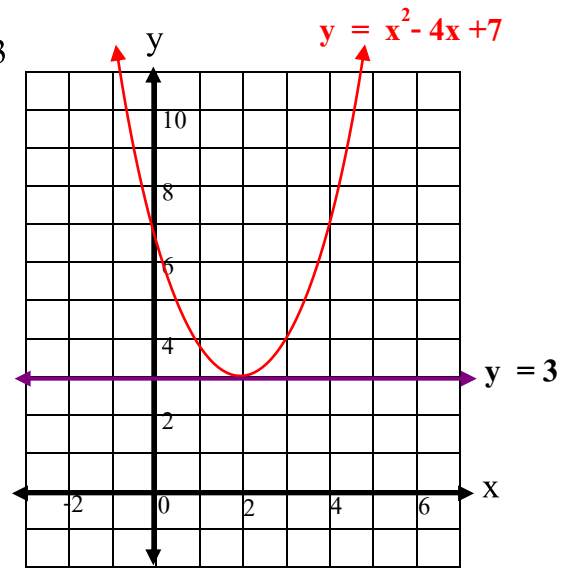
$$\begin{aligned} \text{หาแกนสมมาตร } x &= -\frac{b}{2a} \\ &= -\frac{-4}{2(1)} \\ &= 2 \end{aligned}$$

แทนค่า $x = 2$ ในสมการ $y = x^2 - 4x + 7$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } y &= (2)^2 - 4(2) + 7 \\ &= 3 \end{aligned}$$

∴ จุดต่ำสุดของกราฟคือ (2, 3)

หาจุดต่างๆบนกราฟ



x	-1	0	1	2	3	4	5
$y = x^2 - 4x + 7$	12	7	4	3	4	7	12

หาจุดตัดเส้นตรง $y = 3$

$$\text{จากสมการ } y = x^2 - 4x + 7$$

$$3 = x^2 - 4x + 7$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x - 2)(x - 2) = 0$$

$$\text{จะได้ } x = 2$$

∴ จุดตัดเส้นตรง $y = 3$ คือ (2, 3)



5) $y = -x^2 - 6x - 8$ จงหาจุดตัดแกน x

$$\begin{aligned} \text{หาแกนสมมาตร } x &= -\frac{b}{2a} \\ &= -\frac{-6}{2(-1)} \\ &= -3 \end{aligned}$$

แทนค่า $x = -3$ ในสมการ $y = -x^2 - 6x - 8$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } y &= -(-3)^2 - 6(-3) - 8 \\ &= 1 \end{aligned}$$

∴ จุดสูงสุดของกราฟคือ $(-3, 1)$

หาจุดต่างๆบนกราฟ

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
$y = -x^2 - 6x - 8$	-8	-3	0	1	0	-3	-8

หาจุดตัดแกน x ($y = 0$)

$$\text{จากสมการ } y = -x^2 - 6x - 8$$

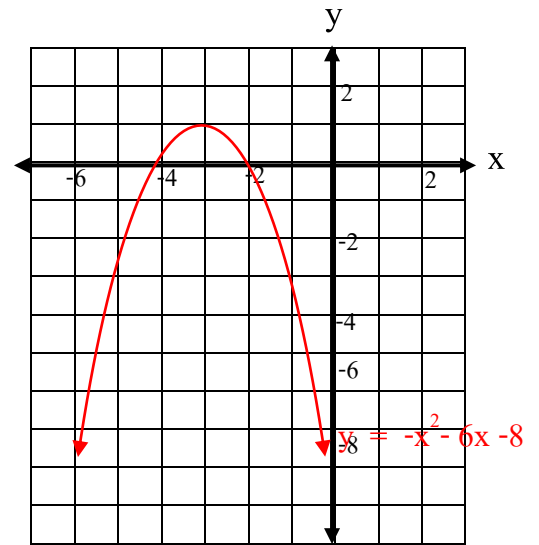
$$0 = -x^2 - 6x - 8$$

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

$$(x + 4)(x + 2) = 0$$

$$\text{จะได้ } x = -4 \text{ และ } x = -2$$

∴ จุดตัดแกน x คือ $(-4, 0)$ และ $(-2, 0)$



เฉลยแบบฝึกทักษะชุดที่ 3

เรื่อง... จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a \neq 0$

คำชี้แจง : เติมตัวเลขในช่องว่างจากตารางแล้วหาจุดตัด

1. กราฟของสมการ $y = x^2 - 3$ และเส้นตรง $y = x + 3$ ตัดกันที่จุดใด

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2 - 3$	6	1	-2	-3	-2	1	6
$y = x + 3$	0	1	2	3	4	5	6

กราฟจะตัดกันที่จุด..... **(-2, 1) และ (3, 6)**

2. กราฟของสมการ $y = (x + 3)^2$ และเส้นตรง $y = x + 5$ ตัดกันที่จุดใด

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
$y = (x + 3)^2$	9	4	1	0	1	4	9
$y = x + 5$	-1	0	1	2	3	4	5

กราฟจะตัดกันที่จุด..... **(-4, 1) และ (-1, 4)**

3. กราฟของสมการ $y = -(x - 3)^2 - 2$ และเส้นตรง $y = x - 4$ ตัดกันที่จุดใด

x	0	1	2	3	4	5	6
$y = -(x - 3)^2 - 2$	-11	-6	-3	-2	-3	-6	-11
$y = x - 4$	-4	-3	-2	-1	0	1	2

กราฟจะตัดกันที่จุด..... **กราฟจะไม่ตัดกัน**



4. กราฟของสมการ $y = x^2 - 6x + 5$ และเส้นตรง $y = 2x - 10$ ตัดกันที่จุดใด

x	0	1	2	3	4	5	6
$y = x^2 - 6x + 5$	5	0	-3	-4	-3	0	5
$y = 2x - 10$	-10	-8	-6	-4	-2	0	2

กราฟจะตัดกันที่จุด.....**(3, -4) และ (5, 0)**.....

5. กราฟของสมการ $y = -2x^2 + 4x + 3$ และเส้นตรง $y = -2x + 3$ ตัดกันที่จุดใด

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = -2x^2 + 4x + 3$	-13	-3	3	5	3	-3	-13
$y = -2x + 3$	7	5	3	1	-1	-3	-5

กราฟจะตัดกันที่จุด.....**(0, 3) และ (3, -3)**.....

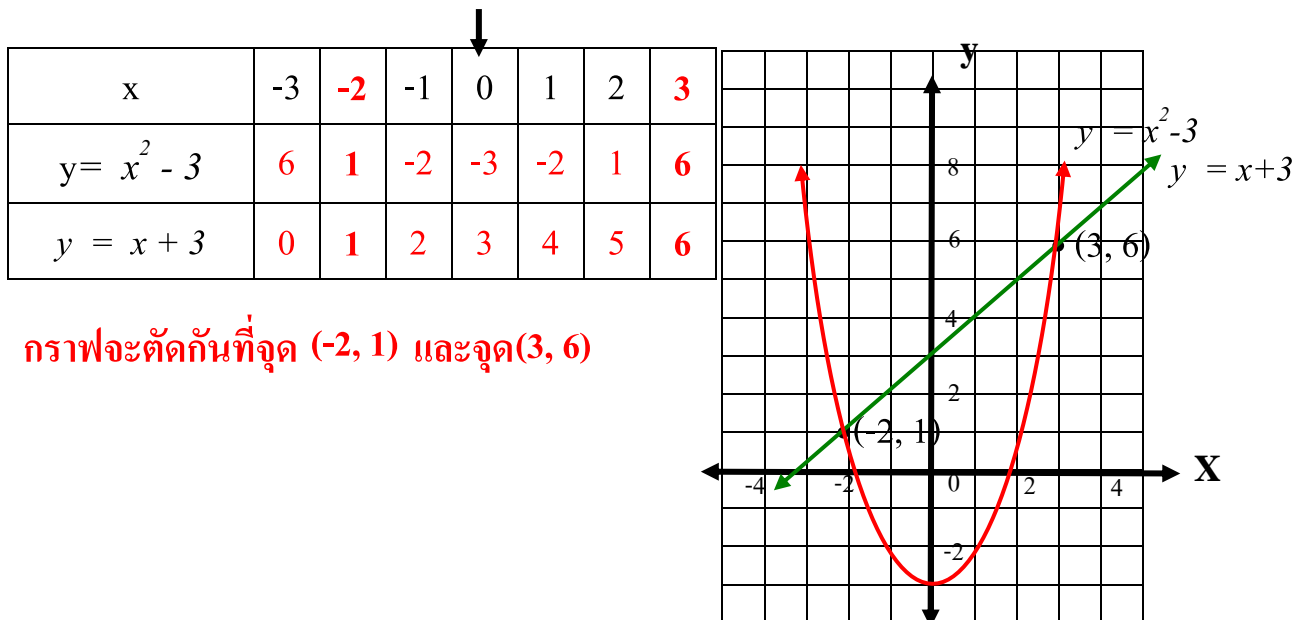


เฉลยแบบฝึกทักษะชุดที่ 4

เรื่อง... จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a \neq 0$

- คำชี้แจง :** 1. ให้แต่ละกลุ่มช่วยกันเขียนกราฟจากสมการ ในแบบฝึกทักษะชุดที่ 3
2. หาจุดตัดของกราฟพาราโบลา ด้วยเส้นตรง $y = ax + b$ เมื่อ $a \neq 0$

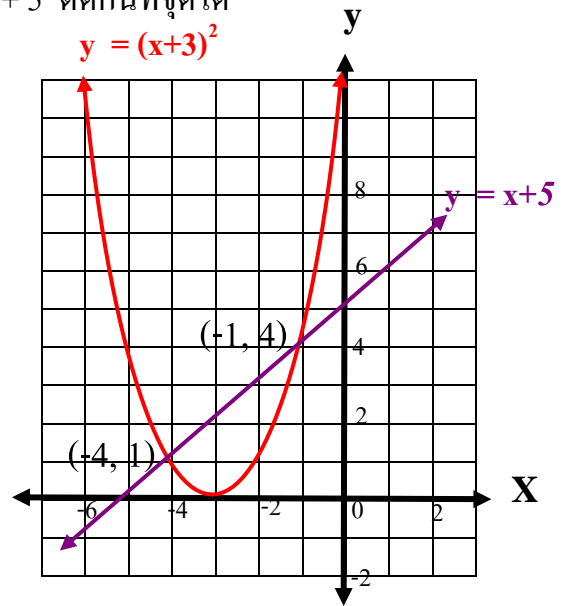
1) กราฟของสมการ $y = x^2 - 3$ และเส้นตรง $y = x + 3$ ตัดกันที่จุดใด



2. กราฟของสมการ $y = (x+3)^2$ และเส้นตรง $y = x+5$ ตัดกันที่จุดใด

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
$y = (x+3)^2$	9	4	1	0	1	4	9
$y = x+5$	-1	0	1	2	3	4	5

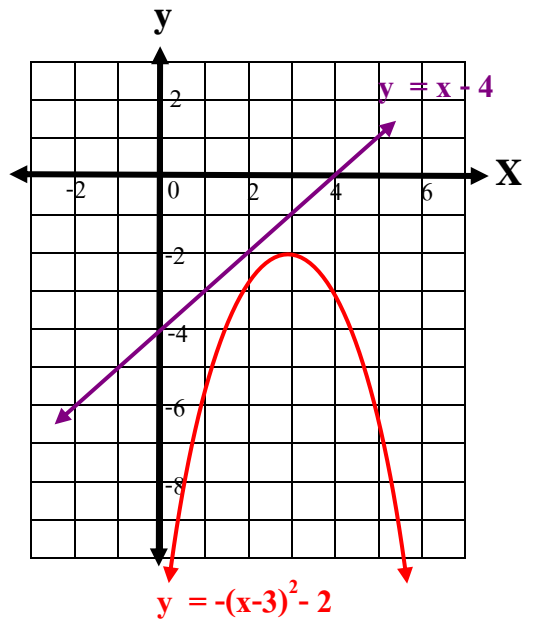
กราฟจะตัดกันที่จุด $(-4, 1)$ และจุด $(-1, 4)$



3. กราฟของสมการ $y = -(x-3)^2-2$ และเส้นตรง $y = x-4$ ตัดกันที่จุดใด

x	0	1	2	3	4	5	6
$y = (x+3)^2$	-11	-6	-3	-2	-3	-6	-11
$y = x+5$	-4	-3	-2	-1	0	1	2

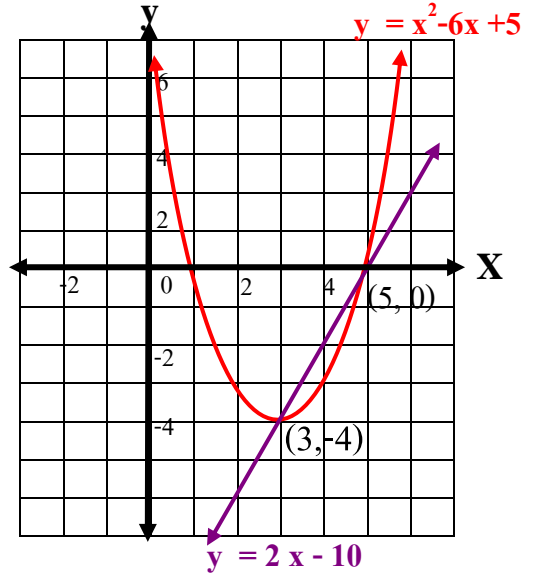
กราฟไม่ตัดกัน



4. กราฟของสมการ $y = x^2 - 6x + 5$ และเส้นตรง $y = 2x - 10$ ตัดกันที่จุดใด

x	0	1	2	3	4	5	6
$y = x^2 - 6x + 5$	5	0	-3	-4	-3	0	5
$y = 2x - 10$	-10	-8	-6	-4	-2	0	2

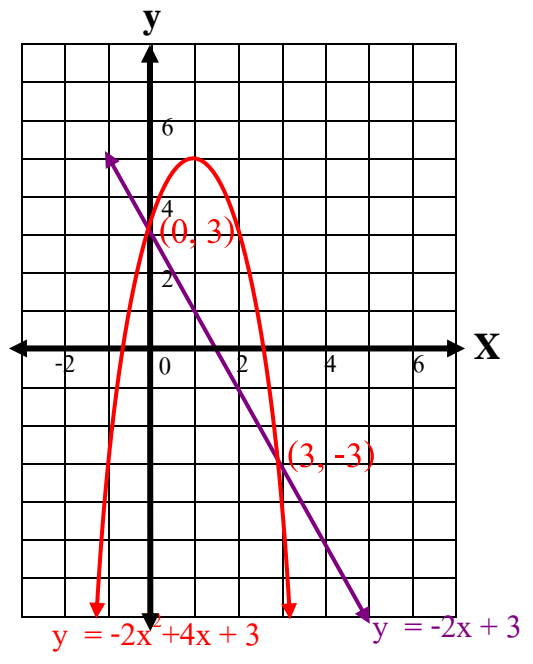
กราฟจะตัดกันที่จุด (3, -4) และ (5, 0)



5. กราฟของสมการ $y = -2x^2 + 4x + 3$ และเส้นตรง $y = -2x + 3$ ตัดกันที่จุดใด

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = -2x^2 + 4x + 3$	-13	-3	3	5	3	-3	-13
$y = -2x + 3$	7	5	3	1	-1	-3	-5

กราฟจะตัดกันที่จุด (0, 3) และ (3, -3)



เฉลยแบบทดสอบก่อน - หลังเรียน

เรื่อง...จุดตัดพาราโบลาด้วยเส้นตรง $y = ax + b$

คำชี้แจง วงกลมล้อมรอบตัวอักษร ก ข ค ง ที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. ข

6. ก

2. ค

7. ข

3. ค

8. ง

4. ง

9. ง

5. ค

10. ข



บรรณานุกรม

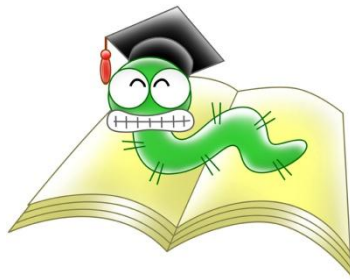
โชคชัย สิริหาญอุดม. (2552) แบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ ม. 3 เล่ม 1 สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม.
กรุงเทพฯ: เดอะบุคส์.

พัฒนาคุณภาพวิชาการ, สถาบัน. (2550) สุดยอดคู่มือครู แผนการจัดการเรียนรู้รายชั่วโมง
คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม. 3 เล่ม 1 กรุงเทพฯ: บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ.

ยุพิน พิพิธกุล และสิริพร ทิพย์คง (2550) คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม. 3 เล่ม 1 กรุงเทพฯ:
บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ.

สมศักดิ์ สิ้นธุระเวชญ์ และคณะ. (2540) แบบทดสอบตามจุดประสงค์ คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2552) หนังสือเรียนสาระ
การเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กรุงเทพฯ:
สทศค. ลาดพร้าว.



ประวัติผู้ศึกษา



- ชื่อ – สกุล** นายวันชัย เรืองทอง
- วัน เดือน ปีเกิด** 25 มีนาคม 2500
- ที่อยู่ปัจจุบัน** 39/12 หมู่ที่ 5 ตำบลคอนสัก อำเภอกอนสัก จังหวัดสุราษฎร์ธานี 84220
- ประวัติการศึกษา** ประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง(ปกศ.สูง) เอกคณิตศาสตร์
วิทยาลัยครูนครศรีธรรมราช
ปริญญาตรี เอกคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
ปริญญาโท เอกการบริหารการศึกษา มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
- ประสบการณ์การทำงาน** เริ่มบรรจุครั้งแรกเมื่อวันที่ 16 ตุลาคม 2521 ที่โรงเรียน
คอนสักผดุงวิทย์ อำเภอกอนสัก จังหวัดสุราษฎร์ธานี
สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ
- ตำแหน่งหน้าที่** ครูชำนาญการ โรงเรียนองค์การบริหารส่วนจังหวัดสุราษฎร์ธานี ๑
(คอนสักผดุงวิทย์)
- สถานที่ทำงานปัจจุบัน** โรงเรียนองค์การบริหารส่วนจังหวัดสุราษฎร์ธานี ๑
(คอนสักผดุงวิทย์)
สังกัดองค์การบริหารส่วนจังหวัดสุราษฎร์ธานี
กรมส่งเสริมการปกครองท้องถิ่น กระทรวงมหาดไทย
- โทรศัพท์** 081-5398534
- E-mail** wanchairt@gmail.com

